DIRECTRICES Y ORIENTACIONES GENERALES PARA LAS PRUEBAS DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

Curso: 2024-2025 **Asignatura:** **MATEMÁTICAS II**

1^o. Comentarios acerca del programa del segundo curso del Bachillerato, en relación con la Prueba de Acceso y Admisión a la Universidad.

La siguiente relación de saberes básicos tiene como finalidad el servir de orientación para la preparación de la prueba de Matemáticas II en la Evaluación de bachillerato para el acceso a la Universidad. Esta relación se adapta a lo recogido en el "Real Decreto 534/2024, de 11 de junio, por el que se regulan los requisitos de acceso a las enseñanzas universitarias oficiales de Grado, las características básicas de la prueba de acceso y la normativa básica de los procedimientos de admisión", el "Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato", el "Decreto 103/2023, de 9 de mayo, por el que se establece la ordenación y el currículo de la etapa de Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Andalucía" y la "Orden de 30 de mayo de 2023, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la etapa de Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado".

Para el curso 2024-2025, excepcionalmente, no se contemplan Sentido Socioafectivo a la espera de que se concrete el modelo de prueba que, junto con las calificaciones obtenidas en Bachillerato, valore la madurez académica y los conocimientos adquiridos en él, así como la capacidad para seguir con éxito los estudios universitarios prevista en la "Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre".

De igual modo, excepcionalmente, para el curso 2024-2025, se contempla poder elegir un ejercicio de Estadística y Probabilidad con vistas a introducir progresivamente los saberes relacionados con el sentido estocástico.

A. Sentido numérico.

- Adición y producto de vectores y matrices, matriz traspuesta y producto de un escalar por una matriz. Uso adecuado de las propiedades.
- Potencia de una matriz cuadrada: cálculo de la potencia de una matriz en situaciones cíclicas.
- Cálculo del determinante de una matriz cuadrada de orden 3 como máximo y el uso de las propiedades.
- Cálculo de la inversa de una matriz cuadrada de orden 3 como máximo.
- Producto de un escalar por un vector. Producto escalar de dos vectores en el espacio: definición, propiedades y aplicaciones. Producto vectorial de dos vectores en el espacio: definición, propiedades y aplicaciones. Producto mixto de tres vectores en el espacio: definición, propiedades y aplicaciones.
- Estrategias para operar con números reales, vectores y matrices.
- Estudio del rango de una matriz con no más de tres filas o columnas, aplicando el método de Gauss o determinantes.
- Manejo correcto de los conceptos de base y de dependencia e independencia lineal.

B. Sentido de la medida.

- Resolución de problemas que impliquen medidas de longitud, superficie o volumen en un sistema de coordenadas cartesianas.
- Planteamiento y resolución de problemas de geometría afín relacionados con la incidencia y el paralelismo de rectas y planos en el espacio tridimensional.

- Planteamiento y resolución de problemas de geometría métrica relacionados con la medida de ángulos entre rectas y planos, la medida de distancias entre puntos, rectas y planos y la ortogonalidad entre rectas y planos.
- Vectores normales a un plano, perpendicular común a dos rectas que se cruzan, vector perpendicular a otros dos, áreas de triángulos y paralelogramos y volúmenes de tetraedros y paralelepípedos.
- Propiedades algebraicas del cálculo de límites. Tipos de indeterminación siguientes: infinito dividido por infinito, cero dividido por cero, cero por infinito, infinito menos infinito (se excluyen los de la forma uno elevado a infinito, infinito elevado a cero, cero elevado a cero) y técnicas para resolverlas.
- Aplicación de los conceptos de límite de una función en un punto (tanto finito como infinito) y de límites laterales para estudiar la continuidad de una función y la existencia de asíntotas verticales.
- Aplicación del concepto de límite de una función en el infinito para el estudio de la existencia de asíntotas horizontales y oblicuas.
- Conocimiento de las propiedades algebraicas de las funciones continuas y esbozo de la gráfica de la función en un entorno de los puntos de discontinuidad.
- Conocimiento de la relación existente entre continuidad y derivabilidad de una función en un punto.
- Distinción entre función derivada y el valor de la derivada de una función en un punto. Cálculo del dominio de derivabilidad de una función.
- Derivadas: interpretación y aplicación al cálculo de límites (regla de L'Hôpital).
- Determinación, usando la derivación, de los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de una función.
- Determinación de la ecuación de la recta tangente y de la ecuación de la recta normal a la gráfica de una función en un punto.
- Aplicación de los conceptos de límite, continuidad y derivabilidad al esbozo y al estudio de situaciones susceptibles de ser modelizadas mediante funciones.
- Determinación, usando la derivación, de los intervalos de concavidad ($f''(x) < 0$) y convexidad ($f''(x) > 0$) de una función.
- Continuidad y derivabilidad de funciones definidas a trozos.
- Conocimiento y uso del teorema de derivación para funciones compuestas (la regla de la cadena).
- Estudio de los puntos críticos de una función (puntos con derivada nula) y los puntos en los que la función no es derivable.
- Uso de la teoría de funciones continuas y de funciones derivables para resolver problemas de extremos relativos y absolutos.
- Resolución de problemas de optimización relacionados con la geometría o con las ciencias experimentales y sociales, e interpretación del resultado obtenido dentro del contexto.
- Representación de forma aproximada de la gráfica de una función de la forma $y = f(x)$ indicando: dominio, simetrías, periodicidad, cortes con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, extremos relativos, intervalos de concavidad y de convexidad y puntos de inflexión.
- Conocida la representación gráfica de una función o de su derivada, obtener información de la propia función (límites, límites laterales, continuidad, asíntotas, derivabilidad, crecimiento y decrecimiento, etc.).
- Técnicas elementales para el cálculo de primitivas: primitivas inmediatas, primitivas de funciones racionales en las que las raíces del denominador son reales o raíces complejas conjugadas simples, método de integración por partes (aplicándolo reiteradamente) y técnica de integración por cambio de variable, tanto en el cálculo de primitivas como en el cálculo de integrales definidas.

- Conoce la propiedad de linealidad de la integral con respecto al integrando y conoce la propiedad de aditividad con respecto al intervalo de integración.
- Conoce las propiedades de monotonía de la integral definida con respecto al integrando.
- Cálculo de áreas mediante integrales definidas.
- La probabilidad como medida de la incertidumbre asociada a fenómenos aleatorios: interpretación subjetiva, clásica y frecuentista.

C. Sentido espacial.

- Objetos geométricos de tres dimensiones: análisis de las propiedades y determinación de sus atributos.
- Resolución de problemas relativos a objetos geométricos en el espacio representados mediante coordenadas cartesianas y vectores.
- Expresiones algebraicas de los objetos geométricos en el espacio: selección de la más adecuada en función de la situación a resolver.
- Ecuaciones de una recta y de un plano en el espacio tridimensional.
- Construcción del plano que contiene a una recta y pasa por un punto exterior.
- Construcción del plano que contiene a dos rectas paralelas o secantes.
- Construcción de la recta que corta perpendicularmente a dos rectas que se cruzan en el espacio.
- Construcción de la recta que pasa por un punto exterior a dos rectas que se cruzan y corta a ambas.
- Estudio de la posición relativa de puntos, rectas y planos en el espacio.
- Estudio de la simetría en el espacio: punto simétrico respecto de otro punto, respecto de un plano y respecto de una recta.

D. Sentido algebraico.

- Técnicas y uso de matrices para, al menos, modelizar situaciones en las que aparezcan sistemas de ecuaciones lineales.
- Utilización de las matrices para representar datos estructurados y situaciones de contexto real.
- Sistemas de ecuaciones: modelización de situaciones en diversos contextos.
- Expresa un sistema de ecuaciones lineales en forma matricial y conoce el concepto de matriz ampliada del mismo.
- Sistemas compatibles (determinados e indeterminados) e incompatibles.
- Regla de Cramer para la resolución de sistemas compatibles de, como máximo, tres ecuaciones lineales con tres incógnitas.
- Discusión de sistemas de ecuaciones lineales con no más de tres ecuaciones y tres incógnitas y, en su caso, resolución.
- Resolución de ecuaciones matriciales mediante el uso de la matriz inversa y mediante su transformación en un sistema de ecuaciones lineales.
- Propiedades de las distintas clases de funciones: comprensión y comparación.
- Estudio y representación gráfica, de manera aproximada, de funciones polinómicas, racionales, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas y definidas a trozos a partir de sus propiedades globales y locales obtenidas empleando las herramientas del análisis (límites y derivadas).

- Dadas dos funciones, mediante sus expresiones analíticas o mediante sus representaciones gráficas, reconocer si una es primitiva de la otra.
- Relación existente entre dos primitivas de una misma función.
- Dada una familia de primitivas, saber determinar aquella cuya gráfica pase por un punto dado.
- Aplicación de la regla de Barrow.

E. Sentido estocástico.

- Cálculo de probabilidades en experimentos compuestos. Probabilidad condicionada e independencia entre sucesos aleatorios. Diagramas de árbol y tablas de contingencia.
- Teoremas de la probabilidad total y de Bayes.
- Planteamiento y resolución de problemas que requieran del manejo de los axiomas de la probabilidad de Kolmogorov o del trazado de diagramas de Venn.
- Planteamiento y resolución de problemas de contexto real que requieran del empleo de los teoremas de la probabilidad total y de Bayes o del trazado de diagramas de árbol.
- Variables aleatorias discretas y continuas.
- Distribución binomial: definición, parámetros y cálculo de probabilidades en casos en que los números combinatorios implicados sean sencillos.
- Distribución normal: definición, parámetros y cálculo de probabilidades usando la tabla de la distribución normal estándar.
- Modelización de fenómenos estocásticos mediante las distribuciones de probabilidad binomial y normal.
- Aproximación de la binomial a la normal. Correcciones de Yates.
- Resolución de problemas de probabilidad en situaciones de contexto real.

Notación.

- AB indica, en el caso de matrices, el producto de A por B.
- A^t indica la traspuesta de la matriz A.
- A^{-1} indica la inversa de la matriz regular A.
- I_n indica matriz identidad de orden n.
- $|A|$ o $\det(A)$ indica el determinante de la matriz cuadrada A.
- O_n indica la matriz nula de orden n.
- $\ln(x)$ indica logaritmo neperiano de x.
- $\log(x)$ indica logaritmo decimal de x.
- $\arctan(x)$ o $\operatorname{arc\,tg}(x)$ indica la arcotangente de x.
- Los términos “extremos”, o “máximos y mínimos” así como “local” o “relativo” podrán usarse indistintamente.
- X^c indica el suceso contrario o complementario del suceso X.
- Para dos sucesos X e Y, se escribe $X - Y = X \cap Y^c$.
- Se utilizarán en los problemas del Bloque 5 cuatro cifras decimales.

2^o. Estructura de la prueba que se planteará para la asignatura.

- Cada estudiante recibirá un único examen con 7 ejercicios distribuidos en 4 bloques: 1 bloque con 1 ejercicio obligatorio y 3 bloques con 2 ejercicios optativos cada uno.
- Deberá resolver el ejercicio obligatorio y solamente un ejercicio de cada uno de los tres bloques con optatividad, con lo que cada estudiante deberá responder a cuatro ejercicios.
- En caso de responder a dos ejercicios de un mismo bloque con optatividad, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.
- El bloque obligatorio constará de un ejercicio de uno de los 4 bloques de contenidos: Análisis (funciones), Análisis (integrales), Números y Álgebra, y Geometría.
- Los 3 bloques con optatividad contendrán 6 ejercicios: el primer bloque con optatividad contendrá 2 ejercicios de un mismo bloque de contenidos distinto del abordado en el bloque obligatorio, el segundo bloque con optatividad contendrá 2 ejercicios de un mismo bloque de contenidos distinto de los tratados en el bloque obligatorio y en el primer bloque con optatividad, y el tercer bloque con optatividad contendrá 1 ejercicio de un bloque de contenidos, distinto de los estudiados en el bloque obligatorio y en los 2 bloques con optatividad anteriores, y 1 ejercicio de Estadística y Probabilidad.
- Esta obligatoriedad y optatividad se contempla de forma transitoria durante el curso 2024-2025. Se considera que es la mejor forma de introducir los saberes relacionados con Estadística y Probabilidad.
- Cada ejercicio se valorará con una puntuación máxima de 2,5 puntos. En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.
- En los ejercicios de la prueba no se pedirán demostraciones de teoremas y ningún ejercicio del examen tendrá carácter exclusivamente teórico.

3^o. Instrucciones sobre el desarrollo de la prueba. Materiales permitidos en la prueba.

- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, <u>todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</u>
- Durante el examen no se permitirá el préstamo de calculadoras entre estudiantes.
- Se permite el uso de regla.
- En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.
- La tabla de la distribución Normal será facilitada al alumnado en el examen.

4^o. Criterios generales de corrección.

- Los ejercicios deben realizarse expresando de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión necesarios. Usando el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto. Utilizando argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes. Valorándose el grado de cumplimiento con un máximo de 0,25 puntos en cada ejercicio.
- La mera descripción del planteamiento, sin que se lleve a cabo la resolución de manera efectiva, no es suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio.
- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo, en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los desarrollos posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten de una complejidad equivalente.
- Los errores en las operaciones aritméticas elementales se penalizarán con un máximo de 0,25 puntos en cada ejercicio.
- Se realizarán únicamente el ejercicio del bloque obligatorio, y un ejercicio de cada uno de los tres bloques con optatividad. En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.
- En los ejercicios en los que sea necesaria la lectura en sentido inverso en la tabla de la ley Normal, de valores de áreas que no aparezcan en dicha tabla, se darán por buenos cualquiera de los dos procedimientos siguientes: interpolación y aproximación por el valor más cercano de los que aparezcan en la tabla.

5^o. Información adicional.

- Estas orientaciones y los exámenes de los últimos años están disponibles en el punto de acceso electrónico: https://www.juntadeandalucia.es/economiaconocimientoempresasyuniversidad/sguit/?q=grados&d=g_b_examenes_anteriores.php

6^o. Modelo de prueba.

	PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD **ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS** CURSO 2024–2025	**MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.

c) Este examen consta de siete ejercicios distribuidos en un bloque con un ejercicio obligatorio y tres bloques con dos ejercicios optativos cada uno.

d) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.

e) Deberá resolver el ejercicio obligatorio y solamente un ejercicio de cada uno de los tres bloques con optatividad.

f) **En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.**

g) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

h) Se proporcionará la tabla de la distribución Normal. Se permite el uso de regla.

i) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE OBLIGATORIO. Resuelve el siguiente ejercicio:

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Halla dos números mayores o iguales que 0, cuya suma sea 1, y el producto de uno de ellos por la raíz cuadrada del otro sea máximo.

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 1. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Considera el plano π, determinado por los puntos $A(-1,0,0)$, $B(0,1,1)$ y $C(2,1,0)$, y la recta

$$r \equiv \left\{ \begin{array}{lcl} x-2z-3 & = & 0 \\ y-z-2 & = & 0 \end{array} \right.$$

Halla los puntos de r cuya distancia a π es $\sqrt{14}$ unidades.

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Considera el paralelogramo cuyos vértices consecutivos son los puntos $P(-1,2,3)$, $Q(-2,1,0)$, $R(0,5,1)$ y S.

a) **[1 punto]** Halla las coordenadas del punto S.

b) **[1,5 puntos]** Calcula la ecuación de la recta que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular al plano que contiene a los puntos P, Q y R.

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 2. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & a & -b \\ 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a) **[0,75 puntos]** Calcula A^{10}.

b) **[1,75 puntos]** Calcula, si es posible, la matriz inversa de $I + A + A^2$, donde I denota la matriz identidad.

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, se define la matriz $M = A + (\lambda - 1)B$.

a) **[1,5 puntos]** Halla los valores de λ para los que la matriz M tiene rango menor que 3.

b) **[1 punto]** Para $\lambda = -1$, resuelve el sistema lineal homogéneo cuya matriz de coeficientes es M.

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 3. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Sabiendo que $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $F(x) = e^{x^2}$ es una primitiva de f:

a) **[1,25 puntos]** Comprueba que f es creciente.

b) **[1,25 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de la función f, el eje de abscisas y la recta $x = 1$.

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Estudios realizados en un cierto país demuestran que el consumo de gasolina en autos compactos está normalmente distribuido, con una media de 6 litros por cada 100 km y una desviación estándar de $1,2$ litros por cada 100 km.

a) **[1 punto]** Calcula el porcentaje de autos compactos que gasta 7 o más litros cada 100 km.

b) **[1,5 puntos]** Calcula el número máximo de litros por cada 100 km que debe consumir un auto compacto si el fabricante quiere que supere en economía de combustible al $95\,\%$ de los que hay actualmente en el mercado.

Nota: trabaja con cuatro cifras decimales.

7^o. Criterios específicos del modelo de prueba.

La evaluación se realizará según el desglose de las puntuaciones que se hace a continuación. Si algún apartado no se menciona específicamente, su puntuación es la que figura en el enunciado del ejercicio correspondiente. Cuando se dice: "x puntos por A", hay que interpretar que se deben conceder x puntos si lo que se dice en la frase A está hecho o estudiado correctamente, incluyendo la justificación oportuna. Cuando se dice "planteamiento"se refiere al proceso seguido por el/la estudiante que, de no cometer errores, le llevará a la solución.

EJERCICIO 1. [2,5 puntos] Hasta 0,75 puntos por escribir la función de una variable a maximizar. Hasta 0,75 puntos por calcular sus puntos críticos.
EJERCICIO 2. [2,5 puntos] Hasta 1 punto por el planteamiento.
EJERCICIO 3. a) **[1 punto]** Hasta 0,5 puntos por el planteamiento. b) **[1,5 puntos]** Hasta 0,25 puntos por calcular los vectores directores del plano.
EJERCICIO 4. a) **[0,75 puntos]** Hasta 0,25 puntos por hallar A^2. b) **[1,75 puntos]** Hasta 0,5 puntos por hallar la matriz adjunta de $I + A + A^2$.
EJERCICIO 5. a) **[1,5 puntos]** Hasta 0,75 puntos si calcula el determinante de M. Hasta 0,5 puntos si calcula los valores críticos. b) **[1 punto]** Hasta 0,25 puntos por el planteamiento.
EJERCICIO 6. a) **[1,25 puntos]** Hasta 1 punto por hallar la derivada de la función f. b) **[1,25 puntos]** Hasta 0,75 puntos por expresar el área como una integral definida.
EJERCICIO 7. a) **[1 punto]** Hasta 0,5 puntos por el planteamiento: normalizar y escribir la probabilidad. b) **[1,5 puntos]** Hasta 0,5 puntos por el planteamiento: escribir la probabilidad.

8^o. Anexo. Ejemplos de ejercicios de Estadística y Probabilidad.

En este anexo se muestra una serie de ejercicios elaborados por la ponencia de Matemáticas II que pueden servir como referencia para problemas que pueden incluirse en las pruebas.

Probabilidad.

Ejercicio 1. [2,5 puntos] Sean A y B dos sucesos independientes tales que la probabilidad de que ocurran ambos simultáneamente es $\frac{1}{3}$ y la de que no ocurra ninguno de ellos es $\frac{1}{6}$. Calcula $P(A)$ y $P(B)$.

Ejercicio 2. [2,5 puntos] Dados dos sucesos, A y B, de un experimento aleatorio, con probabilidades tales que $P(A) = \frac{4}{9}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ y $P(A \cup B) = \frac{13}{18}$, se pide:

a) **[1,25 puntos]** Comprobar si los sucesos A y B son independientes o no.

b) **[1,25 puntos]** Calcular $P(\bar{A} \setminus B)$, donde $\bar{A}$ denota el suceso complementario de A.

Ejercicio 3. [2,5 puntos] Un dado con las caras numeradas del 1 al 6 está trucado de modo que la probabilidad de obtener un número es directamente proporcional a dicho número. Tiramos el dado una vez.

a) **[1,25 puntos]** Halla la probabilidad de que salga 3 si se sabe que salió un número impar.

b) **[1,25 puntos]** Calcula la probabilidad de que salga un número par si se sabe que salió un número mayor que 3.

Ejercicio 4. [2,5 puntos] En un club deportivo, el $55\,\%$ de los socios practica natación, el $65\,\%$ practica tenis, y el $10\,\%$ no practica ni natación ni tenis.

a) **[1,25 puntos]** Si el club tiene 1200 socios, ¿cuántos practicarían ambos deportes?.

b) **[1,25 puntos]** Tomando al azar una persona de este club que practique natación, calcula la probabilidad de que no juegue al tenis.

Probabilidad total, teorema de Bayes.

Ejercicio 5. [2,5 puntos] De una urna que contiene cuatro bolas rojas y dos azules, extraemos una bola y, sin devolverla a la urna, extraemos otra a continuación.

a) **[0,75 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?

b) **[0,75 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda bola sea azul?

c) **[1 punto]** Si la segunda bola es azul, ¿cuál es la probabilidad de que la primera sea roja?

Ejercicio 6. [2,5 puntos] Se tienen dos urnas A y B con bolas de colores con la siguiente composición: la urna A contiene 3 bolas verdes, 4 negras y 3 rojas; mientras que la urna B contiene 6 bolas verdes y 4 bolas negras. Además, se tiene un dado con 2 caras marcadas con la letra A y 4 caras marcadas con la letra B. Se lanza el dado y se saca una bola al azar de la urna que ha indicado el dado.

a) **[0,75 puntos]** ¿Cual es la probabilidad de que la bola sea verde?

b) **[0,75 puntos]** ¿Cual es la probabilidad de que la bola sea roja?

c) **[1 punto]** Si la bola extraída es verde, ¿cual es la probabilidad de que ésta proceda de la urna B?

Ejercicio 7. [2,5 puntos] Python y JavaScript se encuentran entre los lenguajes de programación más estudiados por los programadores, con un 20 % y un 18 % de desarrolladores que se especializan únicamente en cada uno de ellos. El resto de desarrolladores se especializan entre una decena de lenguajes (HTML-CSS, Java, C,...). La probabilidad de que un desarrollador que se ha especializado en Python obtenga empleo es 0,85, mientras que la de que lo obtenga uno que se ha especializado en JavaScript es 0,9. También se sabe que la probabilidad de que un desarrollador esté desempleado es del 0,15.

a) **[1,25 puntos]** Calcula la probabilidad de que un desarrollador esté empleado si no ha estudiado Python ni JavaScript.

b) **[1,25 puntos]** Calcula la probabilidad de que un desarrollador que está desempleado se haya especializado en Python o JavaScript.

Ejercicio 8. [2,5 puntos] En el enfermero de la doctora Martínez no se puede confiar, pues durante la ausencia del médico la probabilidad de que no le inyecte un suero a un enfermo es de $0,6$. Se sabe que si a un enfermo grave se le inyecta el suero tiene igual probabilidad de mejorar que de empeorar, pero si no se le inyecta entonces la probabilidad de que mejore es de $0,25$. A su regreso, la Dra. Martínez se encuentra con que un enfermo ha empeorado. Calcula la probabilidad de que el enfermero olvidara inyectar el suero a este paciente.

Ejercicio 9. [2,5 puntos] Se estima que solo un 20 % de los que compran acciones en bolsa tienen conocimientos bursátiles. De ellos, el 80 % obtiene beneficios. De los que compran acciones sin conocimientos bursátiles, solo un 10 % obtiene beneficios.

a) **[1,25 puntos]** Calcula el porcentaje de los que obtienen beneficios comprando acciones en bolsa.

b) **[1,25 puntos]** Eligiendo una persona al azar, calcula la probabilidad de que no tenga conocimientos bursátiles y que no tenga beneficios al inverirjugar en bolsa.

Ejercicio 10. [2,5 puntos] Una enfermedad puede estar producida por tres virus A, B y C. En el laboratorio hay tres tubos de ensayo con el virus A, 2 tubos de ensayo con el virus B y 5 tubos de ensayo con el virus C. La probabilidad de que el virus A produzca la enfermedad en un animal es de 1/3, que la produzca el virus B es de 2/3, y que la produzca el virus C es de 1/7.

a) **[1,5 puntos]** Si elegimos al azar un tubo de ensayo e inoculamos el virus a un animal, calcula la probabilidad de que contraiga la enfermedad.

b) **[1 punto]** Si se inocula el virus a un animal y contrae la enfermedad, calcula la probabilidad de que el virus que se ha inoculado sea del tipo C.

Ejercicio 11. [2,5 puntos] Un ayuntamiento estima que el 60 % de los árboles de su localidad son de hoja caduca, y de ellos un 20 % son autóctonos del área geográfica. Sin embargo, de los árboles de hoja perenne (no caduca) los autóctonos ascienden al 70 %. Elegido al azar un árbol de esta localidad:

a) **[0,5 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que sea de hoja caduca y no sea autóctono?

b) **[1 punto]** ¿Qué probabilidad hay de que el árbol sea autóctono?

c) **[1 punto]** Sabiendo que el árbol es autóctono, ¿cuál es la probabilidad de que sea de hoja caduca?

Ejercicio 12. [2,5 puntos] Se tiene una prueba diagnóstica para una enfermedad con las siguientes propiedades:

- La probabilidad de que el test dé positivo teniendo la enfermedad es 0,95.
- La probabilidad de que el test dé negativo no teniendo la enfermedad es 0,95.
- La probabilidad de que una persona tenga la enfermedad es 0,05.

Realizada la prueba a una persona al azar, calcular:

a) **[1,25 puntos]** La probabilidad de que el test dé positivo.

b) **[1,25 puntos]** La probabilidad de tener la enfermedad cuando el test ha dado positivo.

Ejercicio 13. [2,5 puntos] Una empresa automovilística fabrica sus coches en cuatro factorías: F_1, F_2, F_3 y F_4. El porcentaje de producción total de coches que se fabrica en cada factoría es del $40\,\%$, $30\,\%$, $20\,\%$ y $10\,\%$, respectivamente, y además el porcentaje de pintado defectuoso en cada factoría es del $1\,\%$, $2\,\%$, $7\,\%$ y $4\,\%$, respectivamente. Tomamos un coche al azar. Se pide:

a) **[1 punto]** ¿Cuál es la probabilidad de que el coche haya sido fabricado en la factoría F_1 y esté perfecto?

b) **[1,5 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que la pintura del coche presente algún desperfecto?

Ejercicio 14. [2,5 puntos] El 60 % de los coches de una marca se fabrican en su factoría de Valencia, el 25 % en Madrid y el resto en Lisboa. El 1 % de los coches fabricados en Valencia tiene algún defecto de fabricación, mientras que para los coches fabricados en Madrid y en Lisboa estos porcentajes son del 0,5 % y del 2 %, respectivamente.

a) **[1,25 puntos]** Elegido al azar un coche de esa marca, calcule la probabilidad de que no sea defectuoso.

b) **[1,25 puntos]** Si un coche de esa marca resulta ser defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado en Madrid?

Ejercicio 15. [2,5 puntos] De una baraja española (40 cartas) Carlos y Paula extraen 8 cartas: los cuatro ases y los cuatro reyes. Con esas 8 cartas, Paula da dos cartas a Carlos y posteriormente una para ella. Calcula:

a) **[0,75 puntos]** La probabilidad de que Carlos tenga dos ases,

b) **[0,75 puntos]** La probabilidad de que Carlos tenga un as y un rey.

c) **[1 punto]** La probabilidad de que Paula tenga un as y Carlos no tenga dos reyes.

Ejercicio 16. [2,5 puntos] Se estudia una prueba diagnóstica para detectar una enfermedad en un grupo de 200000 personas a las que se ha sometido a dicha prueba y de los que el 0,5 % están enfermos.

Se ha observado que de los enfermos ha dado negativo a 50 personas y, de las sanas, le ha dado positivo a 19900. Si se escoge al azar una de estas persona sometidas a la prueba diagnóstica:

a) **[1,5 puntos]** Calcula la probabilidad de que la prueba dé resultado positivo. ¿Cuál sería la probabilidad de que el resultado de la prueba sea erróneo?

b) **[1 punto]** Calcula la probabilidad de que la persona padezca la enfermedad, si el resultado de la prueba es negativo.

Binomial.

Ejercicio 17. [2,5 puntos] Se sabe que la probabilidad de que un dardo impacte en una diana es 0,4. Si se lanzan 9 dardos, determina:

a) **[1 punto]** Qué tipo de distribución sigue la variable aleatoria que cuenta el número de dardos que dan en la diana.

b) **[0,5 puntos]** La media y la desviación típica de esta distribución.

c) **[1 punto]** La probabilidad de que al menos 5 dardos impacten en la diana.

Ejercicio 18. [2,5 puntos] La probabilidad de que un individuo elegido al azar tenga problemas dermatológicos es de 0,15. Dada una muestra de 50 personas,

a) **[1 punto]** ¿cuál es la probabilidad de que ninguna tenga problemas dermatológicos?

b) **[1,5 puntos]** ¿cuál es la probabilidad de que al menos cuatro tengan problemas dermatológicos?

Ejercicio 19. [2,5 puntos] En un laboratorio de análisis clínicos, el 5 % de las muestras que llegan no cumplen las condiciones requeridas para obtener resultados concluyentes en el análisis. Si se eligen 5 muestras, calcula:

a) **[0,75 puntos]** La probabilidad de que de todas las muestras se puedan obtener resultados concluyentes.

b) **[1,25 puntos]** La probabilidad de que de al menos dos no se obtengan resultados concluyentes.

c) **[0,5 puntos]** La media y la desviación típica de la distribución.

Ejercicio 20. [2,5 puntos] En un centro de fertilidad, cada intento de inseminación in vitro para cualquier pareja tiene un porcentaje de éxito del 30 %. Esta semana han acudido 10 parejas para realizar el tratamiento. Nos preguntamos por el número de ellas que consiguen tener hijos.

a) **[1,25 puntos]** ¿De qué tipo de distribución se trata? Calcular su media y su desviación.

b) **[1,25 puntos]** ¿Qué probabilidad hay de que ninguna pareja conciba? ¿y de que alguna conciba?.

Ejercicio 21. [2,5 puntos] La variedad de naranjas Navel se suele dedicar a naranja de mesa por su tamaño y aspecto. Pero aquellas que no cumplen con los estándares de calidad exigidos, son utilizadas para hacer zumo. En una finca, una de cada tres naranjas de la variedad Navel recolectadas se destina a hacer zumo. Si se elige un cargamento de 90 naranjas de esa finca, calcula la probabilidad de que entre ellas haya por lo menos 30 que se destinen a hacer zumo.

Ejercicio 22. [2,5 puntos] La probabilidad de que un pez de una determinada especie sobreviva más de 6 meses es del 20 %. Se pide:

a) **[1 punto]** Si en un acuario tenemos 15 peces de esta especie nacidos este mes, halla la probabilidad de que al menos 2 de ellos sigan vivos dentro de 6 meses.

b) **[1,5 puntos]** Si en un tanque de una piscifactoría hay 300 peces de esta especie nacidos este mismo mes, halla la probabilidad de que al cabo de 6 meses hayan sobrevivido al menos 50 de ellos.

Ejercicio 23. [2,5 puntos] Un modelo de avión tiene capacidad para 260 pasajeros. Sin embargo, la compañía aérea a la que pertenece ha decidido vender más billetes que asientos hay en el avión. La probabilidad de que un pasajero se presente en el aeropuerto el día del vuelo es del 95 %. Si ese día la compañía ha vendido 280 billetes, ¿cuál es la probabilidad de que ese día se presenten 270 pasajeros?

Ejercicio 24. [2,5 puntos] Una fábrica de baterías para móviles ha detectado que una de sus máquinas produce un 10 % de baterías defectuosas. Si se han seleccionado al azar y de forma independiente 6 baterías:

a) **[1 punto]** Calcula la probabilidad de que exactamente cuatro baterías sean defectuosas. ¿Cuál es la probabilidad de que como máximo la mitad sean defectuosas?.

b) **[1,5 puntos]** ¿Qué es más probable que ninguna sea defectuosa o que lo sean las seis?

Normal.

Ejercicio 25. [2,5 puntos] La altura de los individuos de una población sigue una distribución normal de media 175 cm y desviación típica 4 cm.

a) **[0,75 puntos]** Calcula la probabilidad de que un individuo elegido al azar mida más de 170 cm.

b) **[0,75 puntos]** Calcula qué porcentaje de la población mide entre 170 y 185 cm.

c) **[1 punto]** Calcula la altura máxima que es superada por el 33 % de la población.

Ejercicio 26. [2,5 puntos] La edad de los habitantes de cierta ciudad se distribuye normalmente, con una media de 40 años. Se sabe además que el 2,28 % de los habitantes de esa ciudad tiene más de 60 años.

a) **[1,5 puntos]** Calcula la desviación típica de la distribución.

b) **[1 punto]** Si la edad de la población siguiera una distribución N(40,10), calcula el porcentaje de habitantes con menos de 35 años.

Ejercicio 27. [2,5 puntos] El peso de los estudiantes de determinada localidad sigue una distribución Normal de media 75 kg y varianza 36 kg^2.

a) **[1,25 puntos]** Calcula el porcentaje de alumnado cuyo peso está comprendido entre 68 y 80 kg.

b) **[1,25 puntos]** Si se sabe que uno de los estudiantes pesa más de 76 kg, ¿cuál es la probabilidad de que pese más de 80 kg?

Ejercicio 28. [2,5 puntos] El peso de las lubinas vendidas en una cadena de hipermercados sigue una distribución normal de media 6706 gramos. Sabiendo que el $20\,\%$ de las lubinas pesan más de 7386 gramos, calcula el porcentaje de lubinas que pesan entre 6 y 8 kg.

Ejercicio 29. [2,5 puntos] El peso de una población de elefantes africanos macho sigue una distribución normal de media 6 toneladas y desviación típica 1500 kg.

a) **[0,5 puntos]** Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar pese exactamente 6 toneladas.

b) **[1 punto]** Calcule qué porcentaje de la población pesa entre 5 y 8 toneladas.

c) **[1 punto]** Calcule qué peso es superado por el 33 % de la población.